

Глава 5. Метод функции желательности

Кроме конструирования и обоснования самих биологических индексов, для целей оценки состояния экосистем необходим метод отображения множества встречающихся значений индексов на какую-либо разновидность шкалы “норма — патология” (благополучие — неблагополучие), например, метод функции желательности.

Присущее функции желательности соотнесение текущего значения той или иной индикаторной характеристики с максимумом (или эталоном) входит в метод Бателя — одну из процедур оценки воздействия на окружающую среду (Вторжение..., 1983). Для целей экологического контроля этот метод осуществляется А.М.Степановым (1986, 1988, 1990, 1991). В другой функции желательности учтено, что наиболее желательна неотличимость текущего состояния от контроля, а повышение обилия индикаторного организма так же нежелательно, как и его снижение (Сахаров, Ильяш, 1982б). В других простых функциях желательности наиболее желательным признается наиболее вероятное (чаще всего встречающееся) состояние (Сахаров, Ильяш, 1982а) или многолетнее среднее (Сахаров, 1982). Удобной и часто используемой в экологии является функция желательности Харрингтона $d = \exp(-\exp\{-y'\})$ (Калинин и др., 1991; Сахаров, Ильяш, 1982а; Федоров и др., 1982), где y' — кодированное значение признака.

Показано, что функция желательности может быть с успехом использована при оценке качества природных вод (Максимов, 1980; Максимов и др., 1983), при оценке состояния лабораторных популяций по комплексу эколого-физиологических показателей (Тамарина и др., 1981), а также как обобщенный показатель состояния сообщества при изучении действия загрязнителей на экосистемы (Симонов и др., 1987, Kaitala, Maximov, 1986). На основе накопленного опыта применения указанного под-

хода к различным экологическим задачам разработан ряд описанных ниже практических приемов, облегчающих построение шкал частных желательностей с учетом специфики объекта исследования (Носов и др., 1997).

Расчет функции желательности начинают с выбора для каждого экологического фактора шкалы на отрезке от 0 до 1, такой, что значениям этого фактора, наиболее благоприятным для нормального функционирования экосистемы, сопоставляются значения, близкие к 1 (обычно от 0.6 до 1). Тем же уровням фактора, которые по каким-либо соображениям считаются "плохими", даются на шкале желательности значения, близкие к 0 (обычно от 0 до 0.4).

Различают два основных варианта построения шкал желательности: с односторонним и с двухсторонним ограничением. В первом из них задается лишь одно "критическое" значение фактора, например, максимально допустимый уровень какого-нибудь загрязнителя. Тогда результат анализа любой пробы, в которой количество этого загрязнителя превысит установленное ограничение, будет оцениваться величиной желательности, не превышающей 0.4, и чем выше окажется содержание загрязнителя, тем ближе к 0 будет желательность этого показателя. Очевидно, что без особых колебаний мы примем желательность равной 1 в том случае, если загрязнение будет полностью отсутствовать в пробе.

Естественно, что для некоторых факторов единственное ограничение может быть установлено снизу. Например, в водоемах чаще всего обращают внимание на нежелательность снижения концентрации растворенного кислорода. В этом случае минимальным значениям содержания кислорода будут соответствовать и минимальные значения желательности.

Для большинства же биотических и абиотических факторов в принципе должны быть установлены как минимальные, так и максимальные допустимые уровни. Способ их установления зависит от степени изученности той конкретной экосистемы, для которой они определяются. В качестве первого приближения мы считаем, что проще всего строить шкалу желательности на основе эмпирической функции распределения соответствующего экологического параметра.

Оценки желательности каждого из показателей, полученные по предлагаемому методу, образуют матрицу той же размерности, что и матрица исходных данных. Эта новая матрица может быть проанализирована любым из стандартных методов много-

мерного анализа. При этом, между прочим, преодолеваются трудности, связанные с различиями в размерности физически разнородных факторов. Если, к примеру, достаточно нелепо выглядит вопрос: "Что больше — температура 15°C или соленость 25‰ ?", то абсолютно осмысленным будет сравнение желательности для температуры $dt = 0.7$ и желательности для солености $ds = 0.2$, если для какого-либо конкретного региона Мирового океана температура 15°C близка к обычной в данный момент времени, а соленость — значительно ниже, чем нормальная (35‰).

Для предварительной, своего рода рекогносцировочной, оценки экологической ситуации достаточно рассчитать обобщенную желательность: $D = \sqrt[m]{d_1 \times d_2 \times \dots \times d_i}$, где d_i — желательность i -го параметра, а m — число параметров, использованных для расчета. При этом m может быть меньше общего числа изучаемых параметров.

Величина этой обобщенной желательности может служить некоторой интегральной мерой отклонения состояния экосистемы от нормы. В идеальном случае для абсолютно ненарушенной экосистемы величина D должна быть равна 1, а если хотя бы одна из величин d_i окажется равной 0, очевидно, что и $D = 0$ (подробнее об этом см. Максимов, 1980).

Возможны следующие способы построения функций желательности:

- через указание наиболее желательного значения на основе вида эмпирической функции распределения измеряемой величины;
- по левой и правой границам диапазона желательных значений;
- по левой границе и месту расположения оптимальной желательности;
- по правой границе и месту расположения оптимальной желательности.

После выбора способа построения функции желательности строится эмпирическая функция распределения рассматриваемой величины и соответствующая ей вероятностная функция. На графике функции распределения (рис. 5.1) можно установить требуемое значение переменной. После ввода всех параметров функции желательности строится ее график. По горизонтальной оси откладываются измеренные значения, по вертикальной — соответствующие им желательности.

Используемые для расчетов формулы являются частными случаями общей формулы для функции желательности, многократно описанной в литературе (см. напри-

мер: Адлер и др., 1976). Перечислим эти формулы для каждого из вышеприведенных способов построения желательностей.

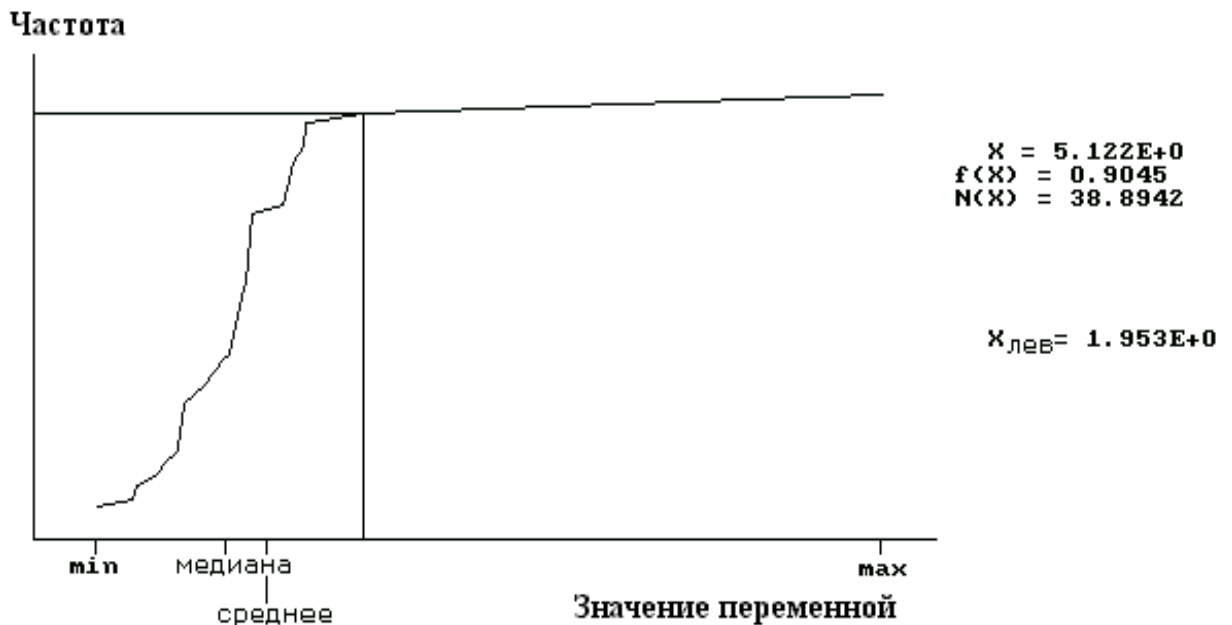


Рисунок 5.1. Задание параметров функции желательности для переменной БПК₅ по левой и правой границам оптимального диапазона. X — абсцисса текущего значения переменной, $f(x)$ — доля измерений рассматриваемого признака, не превосходящих X , $N(x)$ — количество измерений из общего числа, не превосходящих X , $X_{лев}$ — задаваемая левая граница оптимального диапазона X

Построение функции желательности по эмпирической функции распределения на основе задания наиболее желательного значения. Пусть $x \rightarrow F_{эксп}(x)$ экспериментальная функция распределения случайной величины x . Обозначим через $y(z)$ функцию для $z \in [0,1]$.

$$y(z) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{(z-z_{опт})^2}{z(1-z)}\right), & z \in [0,1]; \\ 0, & z = 0, \quad z = 1 \end{cases}$$

Тогда искомая функция желательности есть суперпозиция функций $G(x) = y(F_{эксп}(x))$. Единственным параметром, задаваемым при указанном способе построения желательности, является выбор числа $z_{опт}$ из диапазона $[0,1]$.

Смысл такого преобразования сводится к стандартизации исходной переменной и при этом величина желательности получается тем ближе к 1, чем меньше отклоне-

ние x от некоторого значения, принятого нами за оптимальное. Выбор соответствующего числа $z_{\text{опт}}$ делается на основе эмпирической функции распределения величины x , что в известной мере отражает представление о статистической норме, как о таком интервале значений экологического показателя, в котором они чаще всего наблюдаются в длительно существующей ненарушенной экосистеме.

Построение функции желательности по месту расположения левой и правой границ диапазона желательных измерений. Пусть значения $x_{\text{лев}}$ и $x_{\text{прав}}$ определяют диапазон желательных измерений рассматриваемой величины. Обозначим через $z(x)$

вспомогательную функцию от $x \rightarrow z(x) = \frac{2x - x_{\text{лев}} - x_{\text{прав}}}{x_{\text{прав}} - x_{\text{лев}}}$. Тогда желательность в точке

x будет вычисляться по формуле $G(x) = \exp(-z^2(x))$.

Построение функции желательности по левой границе и месту расположения оптимальной желательности. Учитывая сделанные ранее обозначения, введем вспомогательную функцию $x \rightarrow z(x) = \frac{(x - x_{\text{опт}})}{x_{\text{опт}} - x_{\text{лев}}}$ и определим желательность измерения x

как величину $G(x) = \exp(-z^4(x))$.

Построение функции желательности по правой границе и месту расположения оптимальной желательности. Желательность вычисляется по той же формуле, что в пункте 3, только во вспомогательной функции $x_{\text{лев}}$ заменяется на $x_{\text{прав}}$.

В приведенных ниже примерах использованы данные гидрохимических анализов 94 проб, собранных при оценке качества вод в ряде малых рек Московской области. Среди множества измеренных показателей были выбраны такие общепринятые параметры качества пресных вод, как БПК₅ (биохимическое потребление кислорода за 5 суток) и концентрация растворенного кислорода.

На рис. 5.1 показана функция распределения переменной БПК₅, использованная при выборе параметров для двухстороннего ограничения. Вид графика соответствует тому моменту, когда уже задана левая граница допустимых значений (в этом примере произвольно взято значение $x_{\text{лев}} = 1.953$) и происходит установка верхней границы $x_{\text{прав}} = 5.122$. Данные границы соответствуют благополучному классу качества вод по БПК₅ в соответствии с 6-балльным классификатором качества по гидрохимическим

показателям (Оксиюк и др., 1993). На графике при этом проведена вертикальная линия, указывающая положение верхней границы на оси абсцисс.

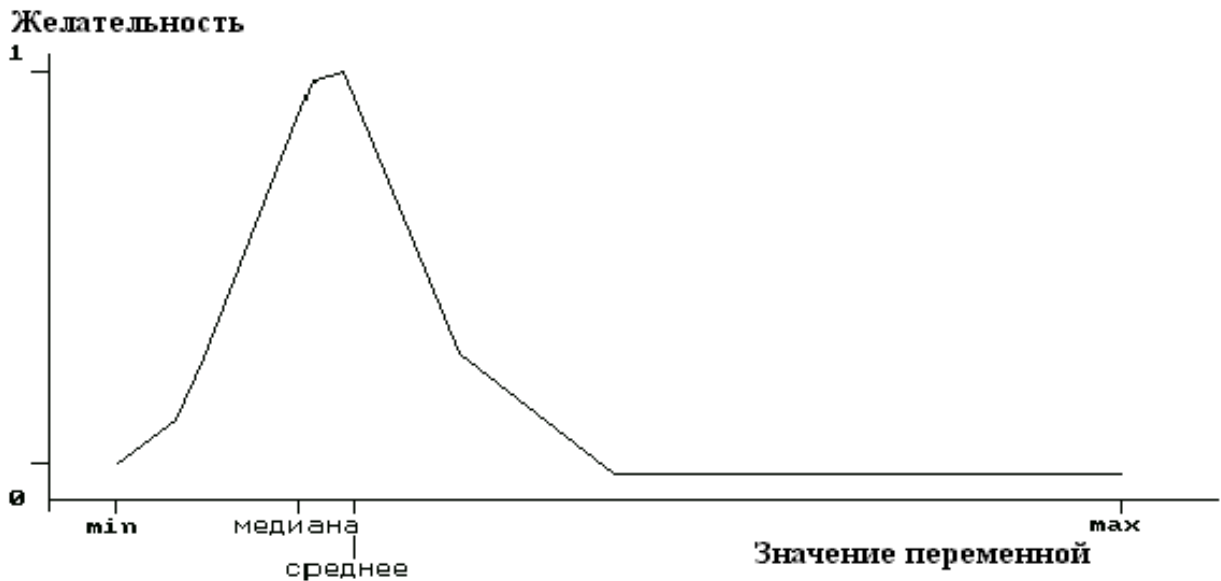


Рисунок 5.2. Функция желательности переменной БПК₅, построенная по информации о левой и правой границах оптимального диапазона

На рис. 5.2 показан график функции желательности, рассчитанной для переменной БПК₅ при выбранных таким образом двухсторонних границах. По этому графику легко видеть, что наивысшая желательность, т.е. "благополучные" значения БПК₅, относятся к интервалу вблизи средних и медианных величин (т.е. значений в диапазоне 2.9-4 мг О₂/л). Самые же большие и самые малые значения (выше 5.5 мг О₂/л или ниже 1.8 мг О₂/л) принимаются в данном случае за совершенно нежелательные и им приписываются значения желательности, близкие или практически равные 0.

Вариант с ограничением слева для переменной "Концентрация кислорода" показан на рис. 5.3. Вполне естественно, что для содержания в воде кислорода его максимальная концентрация (в данном примере 14.83 мг/л) принята за оптимальное значение. В качестве минимально допустимой в данном примере принята концентрация 7 мг/л.

На рис. 5.4 для той же переменной построена функция желательности, основанная лишь на эмпирической функции распределения переменной "Концентрация кислорода" в исследованных пробах и при условии, что за оптимум принято значение концентрации 8.366 мг/л, близкое к медиане и среднему арифметическому. Этот пример моделирует ситуацию, когда *a priori* ничего не известно о значении некоего пока-

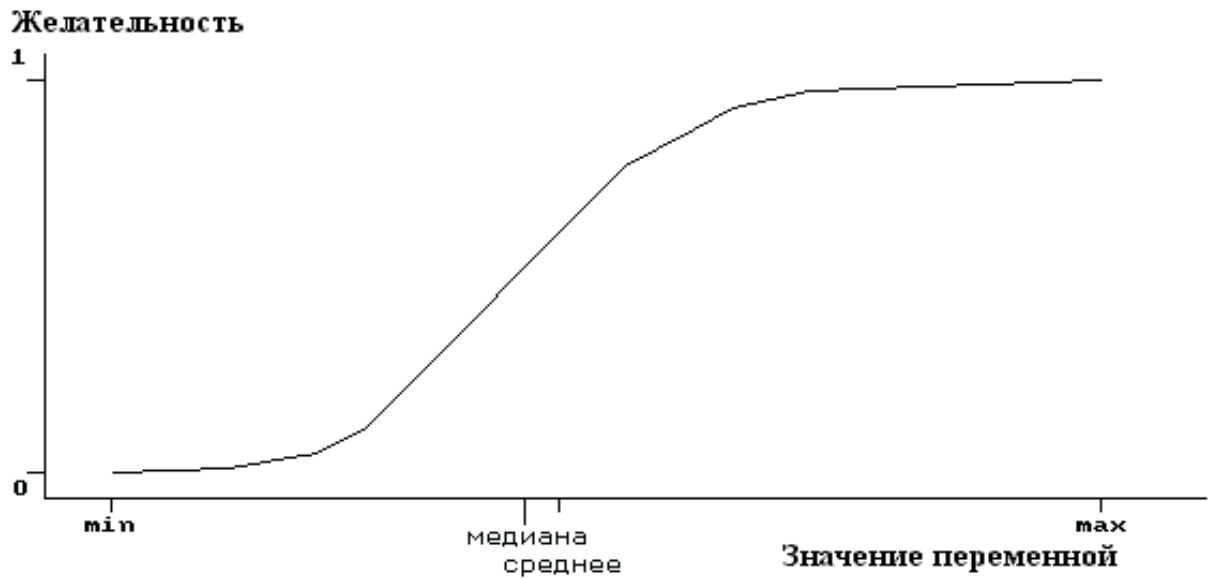


Рисунок 5.3. Функция желательности переменной "Концентрация кислорода", построенная по информации о левой границе и оптимальном значении переменной

зателя для обследованной экосистемы, а в расчет принимается лишь приведенное выше соображение, что в благополучной экосистеме любой показатель ее состояния чаще принимает значения внутри интервала его возможных изменений и реже — на концах этого интервала.

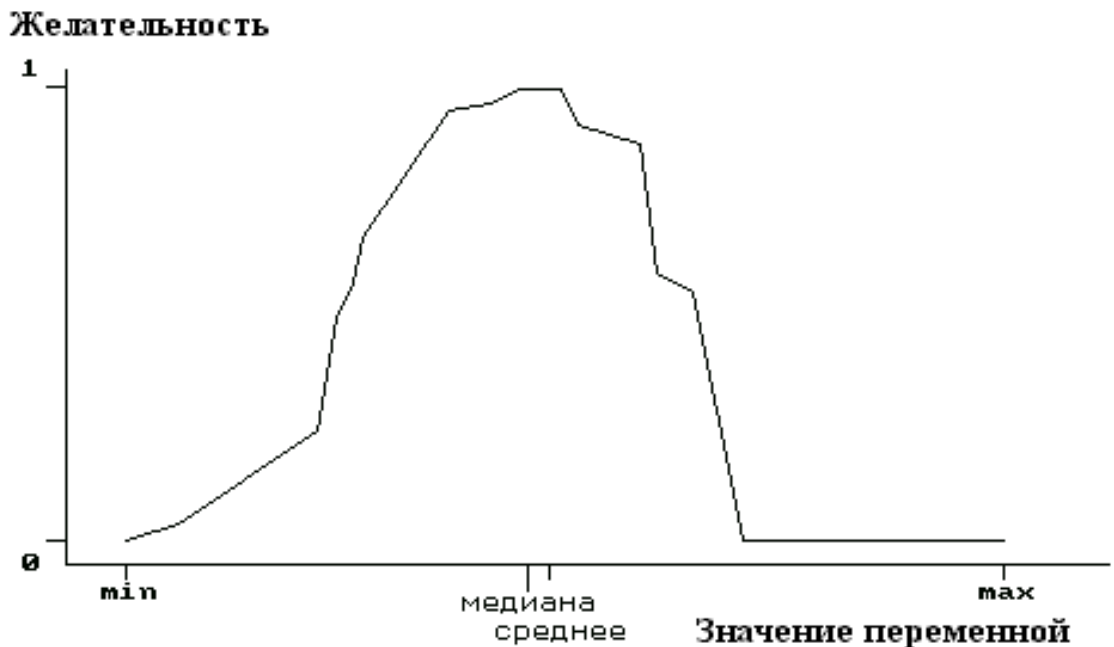


Рисунок 5.4. Функция желательности переменной "Концентрация кислорода", построенная по информации об оптимальном значении с учетом вида функции распределения

Использование функции желательности для оценки экологического состояния конкретных природных объектов описано в разделе 8.2.